Integrali indefiniti - esercizi svolti- easy

1. Calcolare il seguente integrale:

$$\int\left(3x^2+\frac{1}{x}-2e^x\right)dx$$

Applichiamo la decomposizione:

$$\int\left(3x^2+\frac{1}{x}-2e^x\right)dx=3\int x^2dx+\int\frac{1}{x}dx-2\int e^xdx=3\frac{x^{2+1}}{2+1}+\log|x|-2e^x+c=$$
$$=x^3+\log|x|-2e^x+c$$

2. Calcolare il seguente integrale:

$$\int 2x\cdot senx^2dx$$

Essendo *2x* la derivata di x^2 l'integrale è:

$$\int 2x\cdot senx^2dx=-\cos x^2+c$$

3. Calcolare il seguente integrale:

$$\int x\cdot\cos x^2dx$$

Moltiplichiamo e dividiamo per 2 in modo da avere la derivata di x^2:

$$\int x\cdot\cos x^2dx=\frac{1}{2}\int 2x\cdot\cos x^2dx=\frac{1}{2}senx^2+c$$

4. Calcolare il seguente integrale:

$$\int\left(4\sqrt{x}+2x^4+1\right)dx$$

$$\int\left(4\sqrt{x}+2x^4+1\right)dx=4\int x^{\frac{1}{2}}dx+2\int x^4dx+\int dx=4\frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1}+2\frac{x^{4+1}}{4+1}+x+c=$$

$$=4\frac{\sqrt{x^3}}{\frac{3}{2}}+2\frac{x^5}{5}+x+c=\frac{8}{3}x\sqrt{x}+\frac{2}{5}x^5+x+c$$

5. Calcolare il seguente integrale:

$$\int\left(\frac{3}{1+x^2}-\frac{1}{2}\cos x\right)dx=$$

Applichiamo la decomposizione:

$$\int\left(\frac{3}{1+x^2}-\frac{1}{2}\cos x\right)dx=3\int\frac{1}{1+x^2}dx-\frac{1}{2}\int\cos x dx=3arctgx-\frac{1}{2}senx+c$$

6. Calcolare il seguente integrale:

$$\int tgxdx$$

$$\int tgxdx=\int\frac{senx}{\cos x}dx=-\int\frac{-senx}{\cos x}dx=-\log\left|\cos x\right|+c$$

7. Calcolare il seguente integrale:

$$\int \frac{x}{x+1}dx$$

Aggiungiamo e sottraiamo 1 al numeratore e scomponiamo in:

$$\int \frac{x}{x+1}dx = \int \frac{x+1-1}{x+1}dx = \int \left(1-\frac{1}{x+1}\right)dx = \int dx - \int \frac{1}{x+1}dx = x - \log|x+1| + c$$

8. Calcolare il seguente integrale:

$$\int (7x-4)^4 dx$$

Poniamo $t = 7x-4\,;\ dt = 7dx \rightarrow dx = \frac{dt}{7}$

l’integrale diventa:

$$\int t^4 \cdot \frac{dt}{7} = \frac{1}{7}\int t^4 dt = \frac{1}{7}\cdot\frac{t^5}{5} + c$$

L’integrale dato diventa:

$$\int (7x-4)^4 dx = \frac{(7x-4)^5}{35} + c$$

9. Calcolare il seguente integrale:

$$\int \frac{3e^x}{e^{2x}+1}dx$$

si pone $t = e^x\,;\ dt = e^x dx \rightarrow dx = \frac{dt}{t}$

l’integrale diventa:

$$\int \frac{3e^x}{e^{2x}+1}dx = \int \frac{3t}{t^2+1}\cdot\frac{dt}{t} = 3\int \frac{1}{t^2+1}dt = 3arctgt + c = 3arctge^x + c$$

10. Calcolare il seguente integrale:

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx$$

si pone $sent = x \rightarrow t = arcsenx$; $dx = \cos t dt$

sostituendo l'integrale diventa:

$$\int \sqrt{1-sen^2 t} \cdot \cos t dt = \int \cos^2 t dt =$$

Applichiamo le formule di bisezione:

$$\int \cos^2 t dt = \int \frac{1+\cos 2t}{2} \cdot dt = \frac{1}{2} dt + \frac{1}{2} \int \cos 2t dt = \frac{1}{2} t + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \int 2\cos 2t dt = \frac{1}{2} t + \frac{1}{4} sen 2t + c =$$
$$= \frac{1}{2} t + \frac{1}{4} \cdot 2 sent \cos t + c$$

L'integrale dato è:

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \frac{1}{2} arcsenx + \frac{1}{2} x\sqrt{1-x^2} + c$$